

无控制 DEM 匹配的最小法向距离算法*

张同刚 岑敏仪 吴兴华

西南交通大学 土木工程学院 地理信息中心, 成都 610031

摘要 最小高差算法(LZD)是无控制 DEM 匹配的典型算法, 在 LZD 算法的基础上, 提出根据法线方向寻找对应点的最小法向距离算法(LND), 使 DEM 匹配更精确, 它不仅拓宽了算法对 2 个 DEM 姿态差异的初始值要求, 而且加快算法的收敛速度. 模拟试验表明 LND 算法较 LZD 算法的匹配精度高, 旋转角参数和平移量参数的拉入范围可分别增大 113% 和 157%, 迭代收敛性指标可提高 30%.

关键词 表面匹配 最小法向距离算法 最小高差算法 多时相 DEM

DEM 匹配技术是应用多时相 DEM 探测地表差异的关键. 现有文献中无控制三维表面匹配算法包括两类: 一类为特征匹配算法, 它需要对目标表面进行分块、提取特征等预处理, 然后依据这些特征进行匹配^[1]. 特征匹配算法要求目标表面必须有足够、明显、易于提取的特征. 基于 DEM 的特征提取本身是一个比较困难的问题^[2], 计算量大, 精度受随机误差或噪声的影响较大, 因而这类算法用于多时相 DEM 匹配中难度较大; 另一类为整体匹配算法, 其中最有代表性的算法是最近点迭代(iterative closest point, ICP)算法^[3]和最小高程差(least Z-difference, LZD)算法^[4]. 由于这类方法无需进行数据预处理, 且匹配精度高, 因而得到广泛的应用. 笔者曾对 ICP 算法和 LZD 算法进行全面分析和比较, 发现 LZD 算法更适合于 DEM 匹配.

目前 LZD 算法的研究大多集中在 DEM 表面差异探测领域, 如 M-LZD^[5,6], LMS-LZD^[7], DM-LZD^[8]等. 这些研究的基础是 LZD 算法, 但研究提高 LZD 算法性能的文献尚不多见. 本研究侧重 LZD 匹配算法性能的提高, 一方面降低对原始数据的要求, 扩大适用范围; 另一方面减少人工干预, 提高自动化程度; 而且可为 DEM 表面差异探测研究探

索更好的匹配算法.

1 最小法向距离 DEM 匹配

1.1 匹配算法

根据刚体转换模型, 表面间的相互关系可以使用转换参数(3 个旋转参数 R_x, R_y, R_z , 3 个平移参数 t_x, t_y, t_z)来描述. 给定转换参数对待匹配 DEM 表面 S' 上的任意点 P'_i , 根据下列准则在基准 DEM 表面 S 上确定其对应点 P_i .

$$((\mathbf{R}P'_i + \mathbf{t}) - P_i) \perp \Omega(P'_i), \quad (1)$$

式中 \mathbf{R} 由旋转参数 R_x, R_y, R_z 组成的 3×3 的旋转矩阵, \mathbf{t} 是由 t_x, t_y, t_z 组成的平移向量, $\Omega(P'_i)$ 表示以 P'_i 为中心的邻域平面. (1)式称为法向对应准则.

转换后的待匹配 DEM 表面上点 $\mathbf{R}P'_i + \mathbf{t}$ 沿法线方向到基准 DEM 表面上对应点 P_i 的法向距离为

$$Dist_i = (P_i - (\mathbf{R}P'_i + \mathbf{t})) \cdot \mathbf{n}_0, \quad (2)$$

式中 \mathbf{n}_0 表示法线 \mathbf{n} 的单位向量, \cdot 表示向量数量积.

显然, 理想情况下当 DEM 匹配完成时, 对应点间的距离应该为 0. 以法向距离平方和最小为条

2005-10-26 收稿, 2005-12-15 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 40271092)

E-mail: ChnZTG@gmail.com

件, 建立无控制 DEM 匹配的目标方程.

$$\min \sum w_i \cdot Dist_i^2, \quad (3)$$

式中 w_i 是 $Dist_i$ 的权, 取值 0 或 1, 用来处理两个 DEM 表面没有覆盖相同区域的问题^[7]. 根据最小二乘原理进行迭代求解, 就可以完成 DEM 表面匹配.

当连续两次迭代求得转换参数的差值小于设定的阈值或者达到最大迭代次数, 迭代结束. 该算法称为最小法向距离算法 (least normal distance algorithm, LND).

LZD 算法以对应点间的 Z -坐标差 (高差) 作为观测量. 在迭代过程中两表面沿 Z 轴方向相互接近; 而 LND 中改用法向距离 ((2) 式) 为观测量. 在迭代过程中待匹配 DEM 表面沿法线方向逐渐靠近基准 DEM 表面, 缩短了表面间的运动距离, 因而能够提高匹配算法的性能.

1.2 对应关系的建立

根据法向对应准则 ((1) 式) 建立 DEM 表面点对应关系的关键问题是如何确定 P' 处 DEM 表面法线 n 与基准 DEM 表面 S 的交点 P .

待匹配 DEM 上 P' 处的表面法线 n 可以通过与该点相邻的格网点拟合的二次曲面求得. 确定其与基准 DEM 表面 S 的交点 P 的总体思想为: 首先根据 LZD 算法的对应准则^[4] 确定 P' 在基准 DEM 表面 S 上的对应点 Q_0 , 然后确定过 Q_0 的水平面 (与 XOY 平面平行) 与法线 n 的交点 q_0 , 根据 q_0 的平面坐标 (X, Y) 在基准 DEM 表面采用双线性内插, 即得 Q_1 (如图 1). 如此反复迭代. 当相邻的 Q_i 和 Q_{i-1} 之间的高差小于设定的阈值, 就认为 Q_i 是待求法线 n 与基准 DEM 表面 S 的交点 P . 在实际执行时, 这个从 LZD 对应点 Q_0 开始的迭代过程并不总是能够正确收敛到交点 P .

待求交点 P 和临时点 Q_i 以及 q_i 位于过 P' 的法线 n 和过 P' 的 Z 轴方向确定的平面 $\pi (X'P'Z')$ 与基准 DEM 表面 S 的交线 L 上 (如图 2). 这样三维空间线面求交点的问题就简化为二维平面 $\pi (X'P'Z')$ 内 n 与 L 求交点的问题.

简化后的问题与原问题在本质上一致. 因此接下来在平面 $\pi (X'P'Z')$ 内对上述迭代过程不收敛

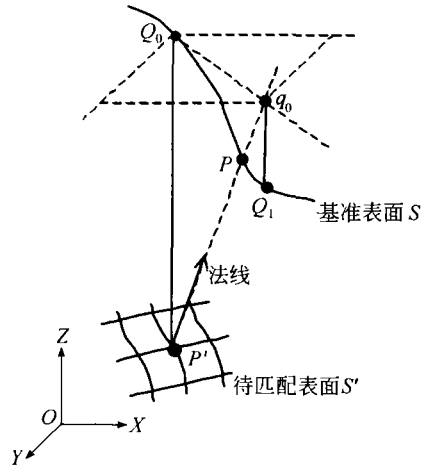


图 1 表面点对应关系建立

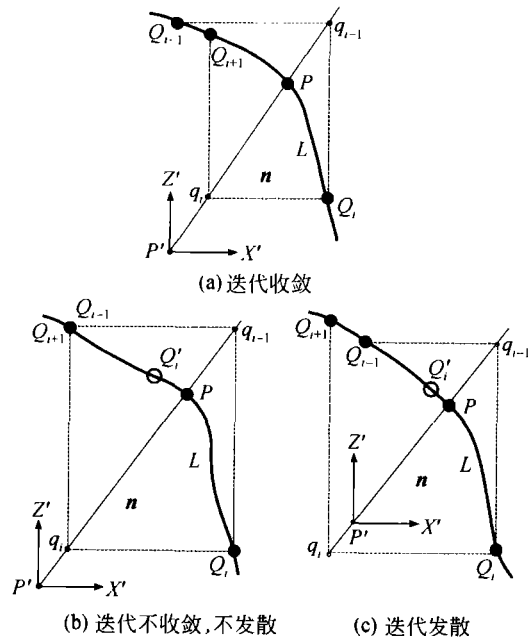


图 2 平面 $\pi (X'P'Z')$ 中法线 n 与 L 求交点的 3 种情况

的问题进行分析和探讨, 并提出相应的解决方法.

如图 2, Q_{i-1}, Q_i, Q_{i+1} 是迭代过程中依次确定的临时点. Q_{i-1}, Q_i 二点在 $\pi (X'P'Z')$ 坐标系中的斜率 F_i^{i-1} 可以表示为

$$F_i^{i-1} = \arctan\left(\frac{\Delta Z_i^{i-1}}{d}\right), \quad (4)$$

式中, ΔZ_i^{i-1} 表示 Q_{i-1} 与 Q_i 的 Z 坐标差, d 表示 Q_{i-1} 与 Q_i 在 X' 轴方向上的距离. 在迭代过程中斜率

F_i^{-1} 随着 Q_i 位置的变化而变化, 迭代收敛与否取决于斜率 F_i^{-1} 与法线 n 的斜率 (F_n) 之间的关系.

据图 2, 当斜率 $F_i^{-1} < \pi - F_n$ 时, Q_{i+1} 比 Q_{i-1} 更接近交点 P , 迭代收敛 (见图 2(a)); 当 $F_i^{-1} = \pi - F_n$ 时, Q_{i+1} 与 Q_{i-1} 是同一个点, 既不收敛也不发散 (见图 2(b)); 当 $F_i^{-1} > \pi - F_n$ 时, Q_{i+1} 比 Q_{i-1} 更加远离交点 P , 迭代发散 (见图 2(c)).

在迭代过程中, 当遇到不收敛的情况 (包括第二、三种情况), 使用 Q'_i 代替 Q_i , 然后继续原来的迭代过程.

$Q'_i (X'_i, Y'_i, Z'_i)$ 的确定方法如下:

$$\begin{aligned} X'_i &= \frac{X_{i-1} + X_i}{2}, \\ Y'_i &= \frac{Y_{i-1} + Y_i}{2}, \\ Z'_i &= \text{interpolate}(S, X'_i, Y'_i). \end{aligned} \quad (5)$$

其中 X_i, Y_i 表示 Q_i 的平面坐标, $\text{interpolate}(S, X'_i, Y'_i)$ 表示求基准 DEM 表面 S 上 (X'_i, Y'_i) 处的 Z 坐标. 在 X' 轴方向上, Q'_i 比 Q_i 和 Q_{i-1} 都更加接近待求点 P (参见图 2(b), (c) 中 L 上的空心点). 如果 Q_i 和 Q_{i-1} 平面位置之差小于设定的阈值, 就认为相应的 Q'_i 就是交点 P .

2 试验结果

为检验新算法的性能, 设计一系列模拟试验, 并和 LZD 算法比较. 采用模拟数据在于: 1) DEM 表面的各项参数, 包括 DEM 表面间的转换参数均为已知值, 便于试验结果正确性的判断和分析; 2) DEM 表面点间的真实的对应关系也是已知的.

同时, 为了简化试验过程, 试验中没有专门研究转换参数中的缩放系数, 将 3 个转换参数和 3 个平移参数设为相同的参数, 将 6 个参数简化为 2 个参数, 即最大平移量参数和最大旋转角参数. 经过以上简化处理, 可以大大简化试验过程, 但不会影响到不同算法性能之间的比较.

2.1 试验数据

试验选取了 20 个不同类型的 DEM, 大小均为 100×120 格, 格网间距为 10m 的规则格网数据. 限于篇幅, 文中仅给出了山沟、山脊和山坡等 3 种典

型 DEM 的结果. 它们在试验中作为基准 DEM, 分别称为 Valley, Ridge 和 Slope (图 3). 待匹配 DEM 表面是根据设定的转换参数对基准 DEM 表面进行平移、旋转, 并添加正态分布 $N(0, \sigma)$ 的随机误差后得到. 本文试验中 σ 设为 0.2 m.

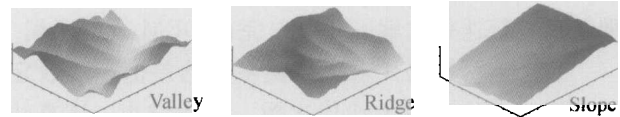


图 3 3 个典型的 DEM

2.2 匹配算法性能指标

评价和比较匹配算法的性能指标主要有以下 4 方面: 匹配正确性与精度、拉入范围、迭代收敛性和执行效率等.

匹配正确性与精度是匹配算法的最关键的性能指标, 可以通过求得的转换参数与真值的差值和匹配后余差中误差两个方面来判断.

拉入范围^[7]指正确完成匹配的前提下, 两待匹配表面之间可能的最大的旋转角和平移量参数. 匹配算法的拉入范围越小, 对匹配参数的初值要求就越高, 而匹配参数的初值获取并不是一个容易的问题^[9]. 因此拉入范围也是考察算法性能的重要指标之一. 它可以为应用中数据准备过程提供指导, 以一定的把握将表面姿态差异控制在匹配算法的拉入范围之内, 以保证匹配正确.

迭代收敛性是另一个主要性能指标^[3], 通常可以由下面两个指标来衡量: 正确完成匹配所需要的迭代次数和迭代收敛速率. 前者从总体上反映了算法的迭代收敛快慢情况, 后者是迭代过程中收敛快慢的具体数值指标, 可以通过迭代过程中 DEM 表面间的距离来计算.

无论算法多么优秀, 只要其执行效率太低, 就很难在实践中得到应用. 在处理大数据量的表面, 如数字摄影测量领域内常见的 DEM 时, 表面匹配算法的执行效率不能太低.

2.3 试验结果

算法的平移量参数与 DEM 格网间距^[7]和地形起伏程度^[10]密切相关, 因此本文采用“格”, 即 DEM 格网间距作为平移量参数的单位来进行不同算法的性能指标进行比较.

匹配参数的初值统一设置为：旋转角参数 0° ，平移量参数 0 格。迭代过程中连续两次匹配参数之差的阈值设为：旋转角参数 $0.1''$ ，平移量参数 0.01 格；最大迭代步数设为 70。

试验根据匹配算法的正确性与精度、拉入范围、收敛性和执行效率等 4 个主要性能指标分为 4 个部分进行，下面依次给出详细的试验结果。

2.3.1 正确性和精度 试验中匹配参数的预设值为：旋转角 2° ，平移量 5 格。采用两种算法分别进行试验，在没有添加随机误差的情况，两种算法均给出了正确的匹配结果；在添加随机误差的情况下，算法求得的转换参数与预设值(真值)之间的差值列于表 1，匹配后余差中误差列于表 2。

表 1 求得的转换参数与真值之差

	Valley		Ridge		Slope	
	LND	LZD	LND	LZD	LND	LZD
旋转角/($''$)	3.79	4.35	4.44	5.71	3.17	17.85
平移量/格	0.00	0.01	0.02	0.22	0.00	-0.14

* 表中的旋转角参数与真值之差是 3 个旋转角参数与真值之差的平均值；平移量参数的差值也是平均值

表 2 匹配后余差中误差 单位: m

	Valley	Ridge	Slope
LND	0.20	0.20	0.21
LZD	0.27	0.31	0.63

从表 1 和表 2 中的结果可以明显地看出，两种算法均能够正确完成匹配。从求得转换参数来看，无论是旋转角还是平移量的精度(表 1)LND 的精度均略高于 LZD 算法，尤其以 Slope 表面最为显著。从匹配后余差中误差(表 2)来看，LND 算法余差中误差与添加的随机误差中误差(0.2 m)基本相同，LZD 算法的余差中误差略大于 σ 。从以上两个方面来看，LND 算法的匹配精度高于 LZD 算法。

2.3.2 拉入范围 由于刚体转换模型中转换参数中旋转角参数和平移量参数相关^[11]，因此需分别试验匹配算法能够达到的最大旋转角参数(试验 I)和最大平移量参数(试验 II)。在试验其中一组参数时，将另一组参数设为固定值，以避免试验中它们之间的相互影响。两组试验的试验过程基本类似，试验结果见图 4 和图 5。

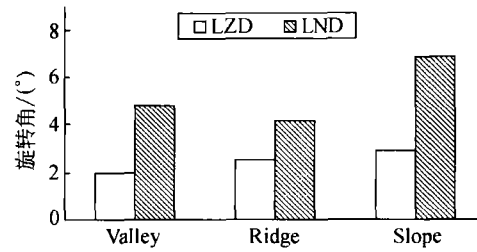


图 4 最大旋转角

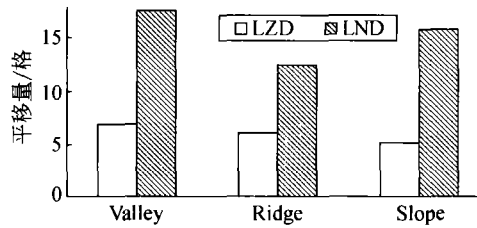


图 5 最大平移量

第 I 和 II 组试验在 3 个 DEM 上的试验结果相同。LND 算法能够达到的最大旋转角和最大平移量均大于 LZD 算法，表明 LND 的拉入范围大于 LZD 算法。从 3 个 DEM 上试验结果的均值来看，LND 算法能够达到的最大旋转角和最大平移量分别比 LZD 算法提高 113.9% 和 157.0%。

2.3.3 迭代收敛性 试验中产生待匹配 DEM 表面的预设转换参数相同，并略小于 LZD 和 LND 算法较小的拉入范围。以使得实验中表面初始姿态差异尽可能大，同时又能保证两种算法均能匹配成功。本试验中产生待匹配 DEM 表面的转换参数设为：旋转角参数 2° ，平移量参数 5 格。采用两种算法分别在选定的所有 DEM 上进行试验。

在讨论详细算法的迭代收敛速率之前，先给出本文采用的迭代收敛速率的计算方法。DEM 表面间的距离 E 可以用对应点间距离的均值表示。

$$E(n) = \frac{\sum \|p_i - p'_j\|}{N}$$

式中 n 为迭代次数， $\|\cdot\|$ 表示点间的欧氏距离， p_i 与 p'_j 是对应点对，下标 i, j 表示该点的序号， N 表示对应点对的数量。注意这里的对应点对不是匹配算法本身建立的，而是两个待匹配 DEM 表面上

的已知的对应点对。这样 E 是与算法本身无关的客观量。在匹配初始阶段, 由于匹配参数的误差较大, E 也较大, 随着迭代次数 n 增加, E 逐渐减小。由于随机误差的影响, 在匹配完成时 E 应该是小的正数。

本文根据迭代过程中的表面距离 E 来计算每一次迭代过程的收敛性指标 (convergence indicator, CI)^[12]。所有的 CI 的均值称为平均迭代收敛性指标 (average convergence indicator, ACI)。

$$CI(n) = \frac{E(n)}{E(n-1)}, ACI = \frac{\sum_{m=1}^{m=n} CI(m)}{n-1}.$$

由于 CI 和 ACI 都是基于客观量 E , 因此它们也是与算法无关的客观指标, 可以对不同算法的迭代收敛性进行客观定量的比较。显然 CI 小于 1 时迭代收敛, CI 越小, 迭代收敛越快。 ACI 则是迭代过程的总体收敛快慢的数值指标。

LZD 和 LND 算法正确完成匹配所需要的迭代步数列于图 6。不同表面的试验中, 两种算法在匹配过程中表面距离 (E) 和迭代收敛性指标 (CI) 的详细变化情况基本类似, 受版面所限, 这里只给出 Valley 上的详细试验结果 (如图 7、图 8 所示)。

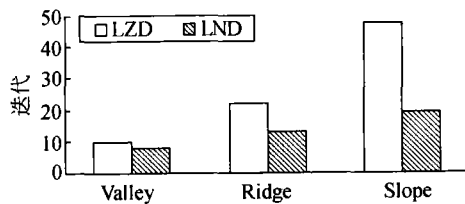


图 6 不同算法完成匹配所需迭代步数

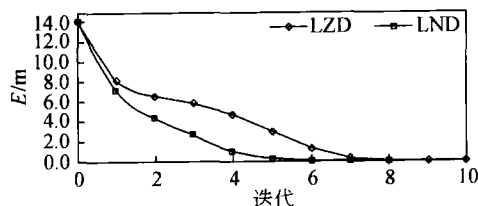


图 7 迭代过程中表面距离 E 的变化 (Valley)

由图 6 可以看出, LND 算法完成匹配所需要的迭代次数均少于 LZD 算法, 表明总体上 LND 算法

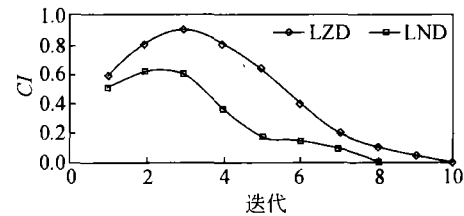


图 8 迭代过程中收敛性指标 CI 的变化 (Valley)

的迭代收敛性要优于 LZD 算法。

从迭代过程中表面距离和迭代收敛速率的详细变化情况而言, 一方面, LND 算法每次迭代后表面距离均小于 LZD 算法 (图 7); 另一方面, 两个算法都是开始阶段 CI 较大, 迭代收敛较慢, 在迭代后期 CI 较小, 迭代收敛较快; 但 LND 算法每次迭代的均小于 LZD 算法 (图 8)。综合以上两个方面, LND 算法的迭代收敛性明显优于 LZD 算法, 与图 6 的结果一致。LND 和 LZD 的 ACI 分别为 0.31 和 0.45, LND 比 LZD 提高了近 30%。

2.3.4 执行效率 执行效率是通过算法成功完成匹配所消耗的时间来衡量的。而计算时间与算法的执行环境密切相关, 本试验的执行环境为 MS Win2K, Intel 赛扬 II 667 MHz, 300 M 内存。试验中的各项参数设置均与迭代收敛性分析试验相同, 试验结果列于表 3。

	Valley	Ridge	Slope
LZD	3.49	9.53	24.05
LND	6.11	11.57	12.53

根据表 3 中所列 3 组试验结果来看, 除了 Valley 之外, LND 算法完成匹配需要的时间均大于 LZD 算法, 这是因为 LND 在建立表面点对应关系时计算量较大, 消耗时间较多。Slope 表面上 LND 完成匹配需要的时间少的原因在于其完成匹配的迭代次数远小于 LZD 算法 (见图 6)。

2.4 结果分析

通过对算法特点的分析可知, LZD 算法将平面位置相同的点作为对应点。在 DEM 之间的姿态差异超过一定程度时, 就容易导致其收敛到错误的局部极值, 从而得出错误的匹配结果。这样就限制了 LZD 算法的拉入范围, 而 LND 算法, 以待匹配

DEM 表面的法线与基准 DEM 表面的交点作为对应点, 这个对应关系相对而言, 要严格得多, 迭代过程中待匹配 DEM 沿着法线方向靠近基准 DEM. 法向对应准则的优点在于: 一是在匹配初始阶段, 两个 DEM 表面姿态差异较大的情况下, 依然能够建立比较好的对应关系, 使得 LND 算法具有更大拉入范围; 二是改善了匹配算法的迭代收敛性.

由于 LND 算法在建立对应关系的过程中, 需要由 LZD 对应点开始的逐步迭代过程得到法线与基准 DEM 的交点, 并给出了对该过程中可能的不收敛的情况的处理方法. 根据实验结果统计, 绝大多数情况下会在 6 次迭代以内正确地找到对应点. 与 LZD 算法相比, 计算量还是增加了很多. 考虑到目前计算机硬件性能提高很快, 因此算法的计算效率可以通过使用更高配置的计算机来得到改善.

分析实验结果发现: 虽然不同算法性能指标的相互关系在同一个 DEM 表面上相同, 但是同一个算法在不同 DEM 表面上得出来的性能指标并不相等. 这说明 DEM 本身对匹配算法性能也有一定的影响, 这也就是本文为什么选择 20 个而不是 1 个模拟 DEM 来进行试验的原因. DEM 表面本身对匹配算法性能的影响需要进一步深入研究.

3 结论

三维表面点的对应关系的建立是无控制匹配算法的关键步骤, 直接影响到算法性能. 文中提出了新的法向对应准则, 即采用待匹配 DEM 表面上任意点处的法线与基准 DEM 表面的交点作为它的对应点, 并给出了一个完整的实现算法. 在此基础上给出了 DEM 匹配的法向距离最小(LND)算法.

文中设计了一系列模拟实验对算法的匹配结果的正确性和精度、拉入范围、迭代收敛性和计算效率等四个主要的性能指标进行全面深入的试验和分析, 并与 LZD 算法进行比较. 实验结果表明, LND 算法在匹配精度略优于 LZD 算法; 拉入范围和迭代收敛性显著优于 LZD 算法; 计算效率稍低于 LZD 算法.

新算法与 LZD 算法一样采用最小二乘法, 且其总体算法框架也与 LZD 算法类似. 一方面, 可以采用适当的稳健估计来替代其中的最小二乘, 将其应

用到无控制三维 DEM 表面差异探测方面, 另一方面, 目前各种以 LZD 算法为基础的大部分研究成果, 包括各种改进和扩展, 略加修改就可以应用到 LND 算法中, 这样就保留了现有的大量研究成果.

参 考 文 献

- 1 Zitová B, Flusser J. Image registration methods: A survey. *Image and Vision Computing*, 2003, 21(11): 977—1000
- 2 朱庆, 赵杰, 钟正, 等. 基于规则格网 DEM 的地形特征提取算法. *测绘学报*, 2004, 33(1): 77—82
- 3 Besl P J, McKay N D. A method of registration of 3-D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239—256
- 4 Rosenholm D, Torelegård K. Three-dimensional absolute orientation of stereo models using digital elevation models. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 1988, 54(10): 1385—1389
- 5 Pilgrim L J. Robust estimation applied to surface matching. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 1996, 51: 243—257
- 6 Pilgrim L J. Surface matching and difference detection without the aid of control points. *Survey Review*, 1996, 33(259): 291—304
- 7 Li Z, Xu Z, Cen M, et al. Robust surface matching for automated detection of local deformations using least-median-of-squares estimator. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 2001, 67(11): 1283—1292
- 8 Zhang T, Cen M, Wu X, et al. Fully automatic DEM deformation detection without control points using differential model based on LZD algorithm. In: 25th IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium Proceedings. 2005. Seoul, Korea, 25—29 July, 3982—3985
- 9 Yamany S M, Farag A A. Surface signature: An orientation independent free-form surface representation scheme for purpose of objects registration and matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24: 1105—1120
- 10 冯义从, 岑敏仪, 张同刚. 无控制 DEM 匹配优化技术. *计算机工程与应用*, 2005, 41(23): 32—34
- 11 Habib A F, Lee Y-R, Morgan M. Surface matching and change detection using a modified Hough transformation for robust parameter estimation. *Photogrammetric Record*, 2001, 17(98): 303—315
- 12 Pottmann H, Leopoldseder S, Hofer M. Registration without ICP. *Computer Vision and Image Understanding*, 2004, 95: 54—71